

Il valore atteso

Prof. Mauro Perotti



Disclaimer

Le considerazioni e gli argomenti proposti hanno valore puramente didattico e non costituiscono sollecitazione all'investimento, né debbono essere intesi come raccomandazioni ad acquistare o a vendere qualsivoglia strumento finanziario.

Fare trading, soprattutto a leva, comporta dei rischi anche molto elevati e le perdite possono eccedere il proprio deposito. Chiunque intendesse operare sulla base dei contenuti qui presentati lo fa a suo esclusivo *rischio e pericolo*.

Non si assumono responsabilità per qualunque perdita dovesse essere subita sulla base degli argomenti qui trattati.



Un metodo per la valutazione delle performance di un trader

Come possiamo valutare, in modo oggettivo, le prestazioni di un trader?

Guardiamo al guadagno assoluto?

Oppure all'incremento percentuale del capitale iniziale dopo un certo periodo di tempo?

È la percentuale di operazioni vincenti sul totale che dobbiamo considerare?

O cos'altro?

Ritengo che la via maestra sia quella di calcolare il *valore atteso*.



Da dove partiamo?

Qualunque teoria scientifica poggia le sue basi su di una o più premesse. E così, anche noi, supporremo che fare trading sia un po' come scommettere ad un gioco dagli esiti casuali (*random walk theory*).

Consideriamo, allora, il vecchissimo gioco del lancio di una moneta (non truccata) e prendiamo in esame la seguente scommessa:

*se esce Testa, vinco un'euro;
se esce Croce, lo perdo*



Ebbene, chiediamoci, è questo un gioco equo?



Come valutiamo l'equità di un gioco di sorte?

Un gioco è equo quando, nel lungo periodo, il guadagno prevedibile è nullo per ciascun giocatore.

Ora se la moneta è non truccata o, come si dice, in equilibrio, possiamo tutti convenire che si tratta di un gioco equo.

Sappiamo, infatti, che la teoria della probabilità assegna all'evento Testa il 50% di probabilità di sortire così come all'evento Croce.

Ma, supponiamo di non sapere se la moneta sia o meno truccata. Come ci muoviamo? Nel mondo reale dobbiamo affidarci alla statistica!

Dovremo, come in una situazione sperimentale, procedere al lancio di quella moneta, iterandolo per un numero di volte sufficientemente lungo ed annotando, ogni volta, l'esito occorso.

Simuliamo, simuliamo, simuliamo ...

L'uso di un foglio elettronico è caldamente suggerito a chiunque faccia ricerca sperimentale. E allora, facciamoci aiutare da Excel per simulare 1000 lanci di una moneta a due facce.

Contiamo il numero di volte in cui si presenta l'evento Testa ed il numero di volte in cui si presenta l'evento Croce. Senza scomodare il teorema del limite centrale, credo sia intuitivo comprendere che all'aumentare del numero dei lanci la frequenza tenda alla probabilità teorica.

A1		fx =CASUALE.TRA(0;1)				
	A	B	C	D	E	
1	0	Testa		N.ro totale lanci:	1000	
2	0	Testa		N.ro totale esiti "Testa":	513	
3	1	Croce		N.ro totale esiti "Croce":	487	
4	1	Croce				
5	1	Croce				
6	1	Croce				
7	0	Testa				
8	1	Croce				
9	0	Testa				
10	1	Croce				
11	0	Testa				
12	1	Croce				
13	0	Testa				
14	1	Croce				
15	1	Croce				
16	0	Testa				
17	0	Testa				
18	1	Croce				
19	1	Croce				
20	0	Testa				
21	1	Croce				
22	1	Croce				
23	0	Testa				
24	1	Croce				
25	0	Testa				
26	1	Croce				
27	0	Testa				
28	1	Croce				
29	1	Croce				
30	0	Testa				
31	0	Testa				
32	0	Testa				
33	0	Testa				

Simuliamo, simuliamo, simuliamo ...

Un'altra situazione sperimentale potrebbe essere, in luogo del lancio di una moneta, quella del lancio di un dado a sei facce (anch'esso equilibrato).

Sempre con l'aiuto di un foglio elettronico, potremmo verificare, anche qui, che la frequenza tende alla probabilità teorica ($1/6=0,167$).



A1		fx =CASUALE.TRA(1;6)			
	A	B	C	D	E
1	6		N.ro totale lanci:	1000	
2	4				
3	2			<i>frequenza</i>	
4	6		N.ro totale esiti "faccia 1":	174	0,174
5	2		N.ro totale esiti "faccia 2":	151	0,151
6	2		N.ro totale esiti "faccia 3":	155	0,155
7	4		N.ro totale esiti "faccia 4":	185	0,185
8	5		N.ro totale esiti "faccia 5":	168	0,168
9	3		N.ro totale esiti "faccia 6":	167	0,167
10	5				
11	3				
12	6				
13	6				
14	1				
15	6				
16	1				
17	2				
18	6				
19	1				
20	6				

Verso il valore atteso

Torniamo alla nostra moneta e, indicando con G ciò che guadagniamo e con P ciò che perdiamo, vediamo che cosa sarebbe accaduto dopo 1000 lanci, supponendo $G=P=1\text{€}$.

$$G \cdot 513 - P \cdot 487 = 513 - 487 = 26 \text{ €}$$

Ora, se dividiamo sia il primo che il secondo membro per il numero dei lanci, otteniamo:

$$G \cdot \frac{513}{1000} - P \cdot \frac{487}{1000} = \frac{26}{1000} \Rightarrow G \cdot 51,3\% - P \cdot 48,7\% = 0,26 \text{ €}$$

Se il numero dei lanci tende all'infinito la frequenza tende alla probabilità:

$$G \cdot 50\% - P \cdot 50\% = 0 \text{ €}$$

Verso il valore atteso

Generalizzando la relazione precedente, perveniamo all'equazione che esprime il concetto di ***valore atteso*** o ***speranza matematica***.

$$VA = G \cdot W - P \cdot (1 - W)$$

dove G indica il guadagno, P la perdita e W la probabilità di vincita.

Quando tale valore è nullo vuol dire che siamo di fronte ad un *gioco equo*: un gioco dove non ha senso giocare se non per puro divertimento ludico!

E per un trader è interessante un modello di negoziazione a valor atteso nullo? La risposta dovrebbe apparire evidente. Ma ci torneremo tra breve.

Verso il valore atteso

A questo punto proviamo ad applicare questa formula ad un caso concreto. Se ci chiedessero:

Vuoi giocare con un dado equilibrato vincendo 450€ quando esce una qualunque faccia escluso il 6 e perdere 1.200€ se esce il 6?

Che cosa risponderemmo noi? Ora, nota la formula del valore atteso, possiamo applicarla per capire se la scommessa che ci è stata proposta è per noi conveniente o meno. Vediamo.

$$VA = G \cdot W - P \cdot (1 - W) = 450 \cdot \frac{5}{6} - 1200 \cdot \left(1 - \frac{5}{6}\right) = 375 - 200 = 175 \text{ €}$$

Direi che è molto conveniente!

L'iperbole del gioco equo

Torniamo un momento al valore atteso e consideriamo il caso di un gioco equo per il quale, appunto, il valore atteso è nullo.

$$VA = G \cdot W - P \cdot (1 - W) = 0$$

Dividendo sia il secondo che il terzo membro per P , si ha:

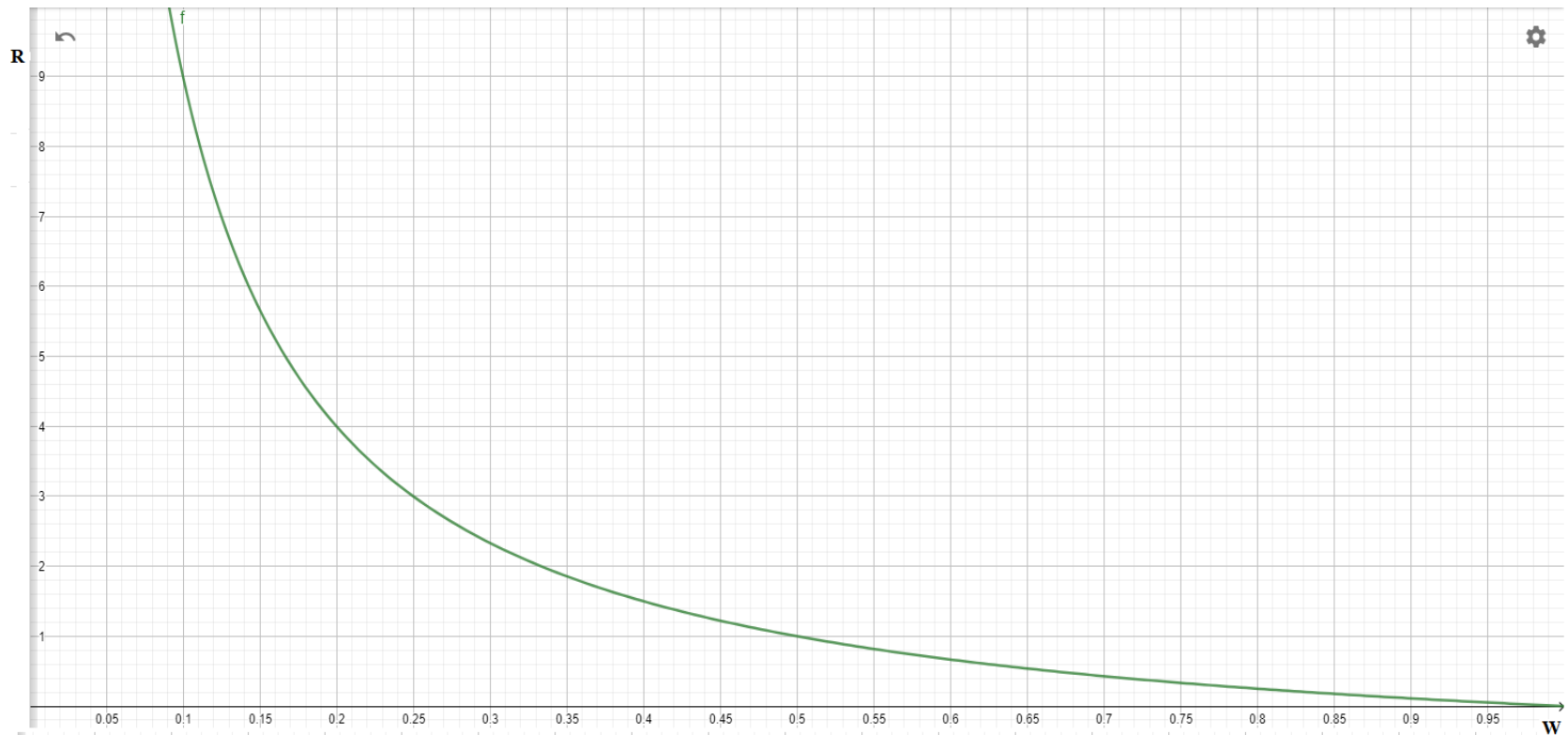
$$\frac{G}{P} \cdot W - \frac{P}{P} \cdot (1 - W) = \frac{0}{P} \Rightarrow \frac{G}{P} \cdot W - (1 - W) = 0 \Rightarrow R \cdot W - (1 - W) = 0$$

dove si è indicato con R il rapporto tra guadagno e perdita. Dopo pochi passaggi possiamo mettere in relazione R con W scrivendo:

$$R = \frac{1}{W} - 1$$

L'iperbole del gioco equo

Disegniamo il grafico di questa funzione. Sull'asse delle ordinate riportiamo R , il rapporto tra guadagno e perdita e su quello delle ascisse riportiamo W , la percentuale di vincita. Tutti i punti che giacciono su questa curva rappresentano un valore atteso nullo.



L'iperbole del gioco equo

Vediamo un paio di esempi.

In corrispondenza di $W=0,5$ (50%) si trova $R=1$. E' il caso dell'esempio della moneta che abbiamo già visto. Invece, per $W=0,25$ (25%) si legge $R=3$. Vediamo se è vero.

$$R = \frac{1}{W} - 1 \Rightarrow 3 = \frac{1}{0,25} - 1 \Rightarrow 3 = \frac{1}{\frac{1}{4}} - 1 \Rightarrow 3 = 4 - 1$$

Ovvero, se guadagniamo 3 una volta su quattro e perdiamo 1 tre volte su quattro, il valore atteso è nullo.

In tabella ho riportato alcune coppie di R , W . Ad esempio, se $W=0,1$ (10%) $R=9$.

<i>R</i>	<i>9,00</i>	<i>4,00</i>	<i>2,33</i>	<i>1,50</i>	<i>1,00</i>	<i>0,67</i>	<i>0,43</i>	<i>0,25</i>	<i>0,11</i>
<i>W</i>	<i>0,10</i>	<i>0,20</i>	<i>0,30</i>	<i>0,40</i>	<i>0,50</i>	<i>0,60</i>	<i>0,70</i>	<i>0,80</i>	<i>0,90</i>

L'iperbole del gioco equo

Fatta questa premessa passiamo al trading ed alla domanda dalla quale siamo partiti.

Come facciamo a dire se un trader è più bravo di un altro? Oppure, ed è ciò che più ci interessa, come facciamo a monitorare, nel tempo, le nostre prestazioni?

Riprendiamo la curva e facciamo un paio di osservazioni.

Consideriamo il punto che si trova all'intersezione di $R=5$ e $W=0,3$ e calcoliamo il corrispondente valore atteso. Notiamo, prima, che si tratta di un punto che giace nel semipiano superiore alla curva che, ricordiamolo, rappresenta tutte le possibili coppie $(R;W)$ per i cui valori VA è nullo.

$$VA = G \cdot W - P \cdot (1 - W) = 5 \cdot 0,3 - 1 \cdot (1 - 0,3) = 1,5 - 0,7 = 0,8$$

VA è positivo: il nostro sistema, nel lungo termine, guadagna!

L'iperbole del gioco equo

Ad esempio, se si tratta di euro, significa che 3 volte su 10 guadagniamo 5€ e 7 volte su 10 perdiamo 1€ :

$$5 \cdot 3 - 1 \cdot 7 = 15 - 7 = 8 \text{ €}$$

Se, quindi, dopo 10 giocate abbiamo guadagnato 8€, significa che per singola giocata guadagneremo 0,8€.

L'iperbole del gioco equo

Ed ora proviamo a considerare il punto che si trova all'intersezione di $R=3$ e $W=0,15$ e calcoliamo il corrispondente valore atteso. Questa volta, come si osserverà, è stato scelto un punto che giace sotto la curva che corrisponde a $VA=0$. Vediamo il valore di VA per questa nuova coppia di valori.

$$VA = G \cdot W - P \cdot (1 - W) = 3 \cdot 0,15 - 1 \cdot (1 - 0,15) = 0,45 - 0,85 = -0,4$$

VA è negativo: il nostro sistema, nel lungo termine, perde!

L'iperbole del gioco equo

Ad esempio, se si tratta di euro, significa che 15 volte su 100 guadagniamo 3€ e 85 volte su 100 perdiamo 1€. Ovvero:

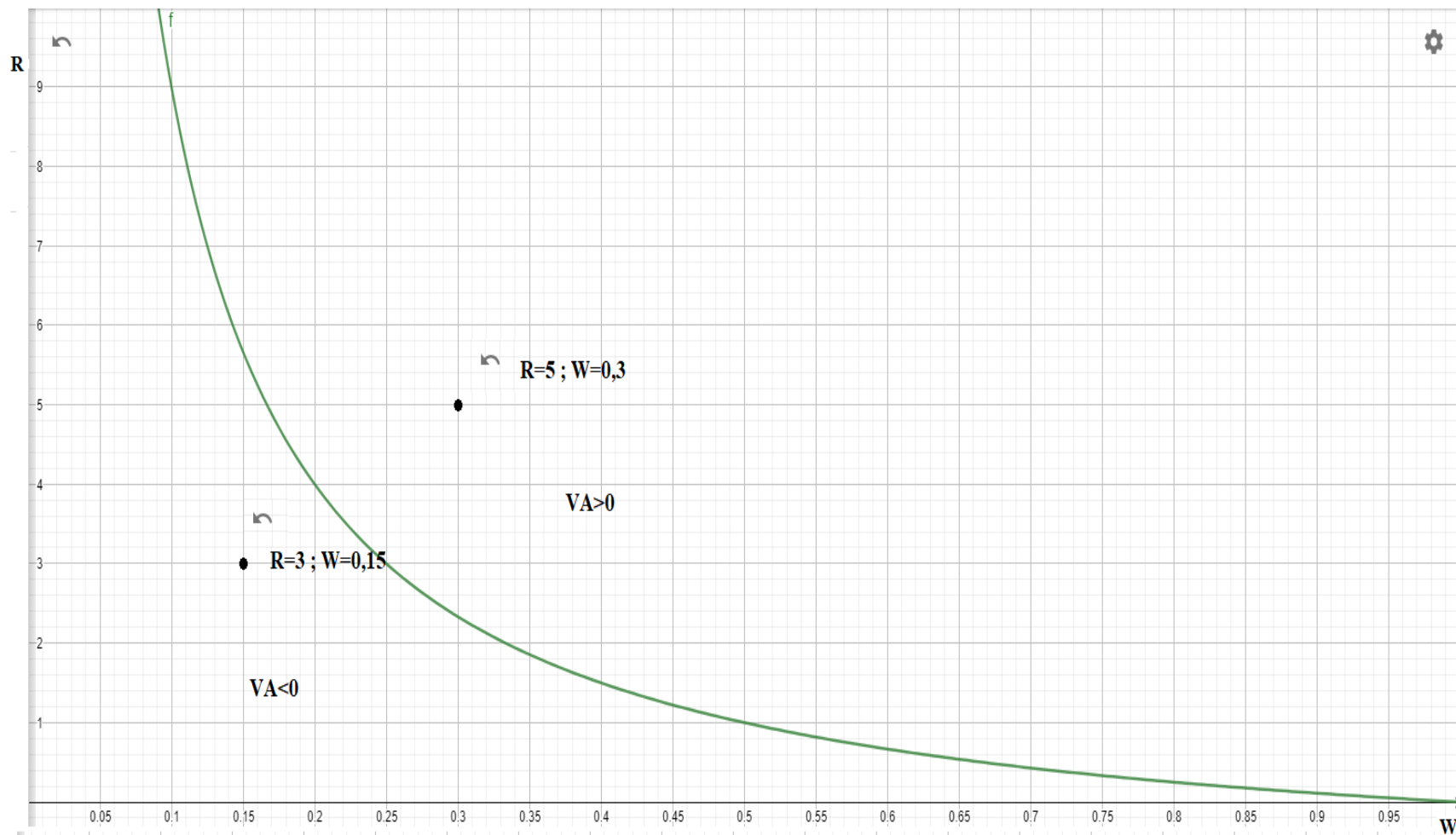
$$3 \cdot 15 - 1 \cdot 85 = 45 - 85 = -40 \text{ €}$$

Se, quindi, dopo 100 giocate abbiamo perso 40€, significa che per ogni singola giocata perderemo 0,4€.

Questi esempi ci conducono alla seguente generalizzazione:

tutte le coppie di punti $(R;W)$ che giacciono nel semipiano superiore alla curva corrispondono a valori attesi positivi; mentre, tutte le coppie di punti $(R;W)$ che giacciono nel semipiano inferiore alla curva corrispondono a valori attesi negativi.

L'iperbole del gioco equo





Misuriamo VA nel trading

Ora, che cosa rappresentano le variabili W ed R in un modello di trading? La variabile W rappresenta la percentuale di operazioni positive, operazioni che hanno prodotto un guadagno. E questo è semplice. E per la variabile R come facciamo? Il trading non è una scommessa dove la posta è stabilita a priori. Dovremo, allora, fare una media di tutti i guadagni ed una media di tutte le perdite. Il rapporto di tali medie ci fornirà proprio R . Proviamo a fare un esempio numerico ricorrendo, ancora una volta, ad Excel.

Misuriamo VA nel trading

Proviamo a simulare 30 operazioni che possono avere, ciascuna, un guadagno oppure una perdita; questi potranno variare tra una e dieci unità monetarie (per semplicità consideriamo valori interi). In figura vediamo il foglio Excel.

In colonna B vi sono le trenta operazioni, generate casualmente. La cella E1, invece, contiene la percentuale di operazioni in profitto. Nelle celle E2 ed E3, rispettivamente, sono riportati il guadagno medio (*GM*) e la perdita media (*PM*). Il rapporto tra queste grandezze è riportato in E4.

B32		fx =SOMMA(B2:B31)/30				
	A	B	C	D	E	F
1	N° operazione	Gain/Loss		W=	53%	
2	1	1		GM=	5,38	
3	2	3		PM=	5,07	
4	3	-8		R=	1,06	
5	4	-2				
6	5	2		VA=	0,50	
7	6	6				
8	7	6				
9	8	4				
10	9	-4				
11	10	7				
12	11	-3				
13	12	1				
14	13	9				
15	14	-7				
16	15	-3				
17	16	4				
18	17	-6				
19	18	-6				
20	19	6				
21	20	5				
22	21	-6				
23	22	-1				
24	23	-9				
25	24	-10				
26	25	7				
27	26	7				
28	27	9				
29	28	9				
30	29	-5				
31	30	-1				
32		0,50				

Misuriamo VA nel trading

Infine, in cella E6, il valore atteso calcolato come segue:

$$VA = GM \cdot W - PM \cdot (1 - W)$$

Notiamo, dal campo della formula, che in cella B32 è stata riportata la somma di tutti i guadagni e di tutte le perdite, rapportata al numero delle operazioni. Tale operazione conduce a quella metrica che in letteratura si chiama *guadagno medio per trade*. Ebbene, come noterete, altro non è che il valore atteso!

B32		f. =SOMMA(B2:B31)/30				
	A	B	C	D	E	F
1	N° operazione	Gain/Loss		W=	53%	
2	1	1		GM=	5,38	
3	2	3		PM=	5,07	
4	3	-8		R=	1,06	
5	4	-2				
6	5	2		VA=	0,50	
7	6	6				
8	7	6				
9	8	4				
10	9	-4				
11	10	7				
12	11	-3				
13	12	1				
14	13	9				
15	14	-7				
16	15	-3				
17	16	4				
18	17	-6				
19	18	-6				
20	19	6				
21	20	5				
22	21	-6				
23	22	-1				
24	23	-9				
25	24	-10				
26	25	7				
27	26	7				
28	27	9				
29	28	9				
30	29	-5				
31	30	-1				
32		0,50				



Misuriamo VA nel trading

Ed ora ci avviamo alle conclusioni.

Che cosa rappresenta l'elenco delle operazioni riportate in colonna B? Potrebbe essere l'elenco degli eseguiti di un trader discrezionale che ha operato, ad esempio, nell'ultimo mese. E come valutare l'efficacia di tale trader, magari rispetto ad un altro o più trader? Raffrontando i rispettivi valori attesi! Tanto più questo sarà alto, tanto più efficace sarà l'attività di negoziazione di quel trader.

Ma l'elenco potrebbe rappresentare le nostre operazioni e ciò è sicuramente più interessante. Magari quelle dell'anno passato. Da confrontarsi con quelle dell'anno in corso, una volta che questo sia terminato. Ecco, questo potrebbe essere un altro strumento di monitoraggio della propria attività di trading, oggettivo e scientifico.

Misuriamo VA nel trading

Infine, un'altra riflessione. Quelle operazioni potrebbero essere il risultato di uno studio di analisi di un sistema che stiamo elaborando. Magari basato sul supertrend 3 minuti applicato al Nasdaq. Dopo aver applicato un determinato percentile al rapporto P/L, qual è l'elenco delle operazioni che si potevano eseguire? E quale valore atteso avrebbero prodotto tali operazioni?

A mio modesto avviso, sarebbe opportuno - direi necessario - che qualunque trader, prima di avviare l'attività di negoziazione dettata da un certo modello di trading, verificasse che quel modello abbia un valore atteso positivo. Dico "almeno" perché poi vi sono altre metriche di cui il trader deve tener conto e delle quali tratteremo in un'altra occasione.



Il valore atteso unitario

Ed ora parliamo del valore atteso unitario. Che cos'è?

In letteratura non ve ne è traccia, almeno per quanto è di mia conoscenza. Sono convinto, però, che si tratti di un concetto in grado di indurre, nel trader, importanti riflessioni sulla propria attività.

Riprendiamo la formula del valore atteso.

$$VA = G \cdot W - P \cdot (1 - W)$$

Dividiamo per P entrambi i membri dell'equazione:

$$\frac{VA}{P} = \frac{G}{P} \cdot W - \frac{P}{P} \cdot (1 - W)$$

che possiamo anche riscrivere nella forma:

$$VAU = R \cdot W - (1 - W)$$

Il valore atteso unitario

È questo ciò che io definisco ***valore atteso unitario***.

$$VAU = R \cdot W - (1 - W)$$

Si tratta, in sostanza, del rapporto tra il valore atteso e la perdita media.

Cerchiamo di capire, con un esempio, che cosa ci indica.

Supponiamo che il nostro sistema sia profittevole l'80% delle volte, che il guadagno medio sia di 500€ e che la perdita media sia di 1000€. Calcoliamo VA e VAU .

$$VA = G \cdot W - P \cdot (1 - W) = 500 \cdot 0,8 - 1000 \cdot (1 - 0,8) = 400 - 200 = 200 \text{ €}$$

$$VAU = R \cdot W - (1 - W) = 0,5 \cdot 0,8 - (1 - 0,8) = 0,2$$



Il valore atteso unitario

Quindi il valore atteso, o guadagno medio per trade, vale 200€. Ricordo che questo significa che per ogni trade, in media, guadagniamo 200€. Il valore atteso unitario, invece, vale 0,2. Ed è giusto, in quanto si tratta del rapporto tra il valore atteso (200€) e la perdita media (1000€).

Ma cosa significa questo 0,2 (o 20%)?

Cerchiamo di interpretarlo. Vuol dire che il mio guadagno medio per trade è il 20% della perdita media. E qui possiamo fare almeno due considerazioni.

Il valore atteso unitario

Prima considerazione

Quando analizzo un modello di trading, mi devo sempre chiedere quale sarà il mio stop loss medio. Ma perché? Oltre che per tante altre ragioni (dimensionamento del capitale, valutazioni psicologiche, ecc.) perché il mio valore atteso sarà una percentuale di tale stop loss. Nell'esempio precedente era il 20%: uno stop medio di 1000€ mi consentiva di avere un guadagno medio per trade di 200€.

Quindi, maggiore è il mio stop loss e maggiore sarà il mio valore atteso!

Il valore atteso unitario

Seconda considerazione

I sistemi di scalping che operano con stop loss particolarmente ridotti sono destinati, nel lungo termine, ad essere perdenti. Facciamo anche qui un esempio. Se dovessimo operare, sul Dax, con un sistema che ha un *VAU* di 0,2 ed una perdita media di 125€ (5 punti del contratto pieno) avremmo che il nostro guadagno medio per trade corrisponderebbe a 25€! Ora, un tale guadagno medio non sarebbe in grado di assorbire i costi connessi con l'attività di negoziazione costituiti dalle commissioni dirette e indirette o, come a me piace denominarle, occulte.

Il valore atteso unitario

Quindi, ancora una volta, attenzione:

quando si sceglie di operare con un modello di trading,
verificare sempre prima *VA* e *VAU*!