

# Theta (parte seconda)

In questo secondo articolo, dedicato alla “greca del tempo”, cerchiamo di affrontare la variabilità del Theta rispetto alla volatilità implicita ed al Risk Free Rate. Cercheremo, inoltre, di mostrare come calcolare il Theta di un portafoglio di opzioni.

## Theta e volatilità implicita

Proviamo a vedere che cosa accade al Theta qualora vari la volatilità implicita. Facciamo sempre riferimento all'indice della Borsa di Francoforte. Nel momento in cui questa parte dell'articolo è redatta (15 maggio '25) il sottostante vale circa 23.650 e la scadenza mensile di maggio sta per essere archiviata. Pertanto, consideriamo la mensile successiva, quella di giugno. Concentriamoci sull'opzione con strike 23.650, un'ATM, e chiediamo al nostro calcolatore di indicarci il valore delle greche. Supponiamo un Risk Free Rate del 3% ed una volatilità implicita del 15,85% (che, approssimativamente, è quella prezzata dal mercato, in questo momento, per una Call avente lo strike e la scadenza indicati).

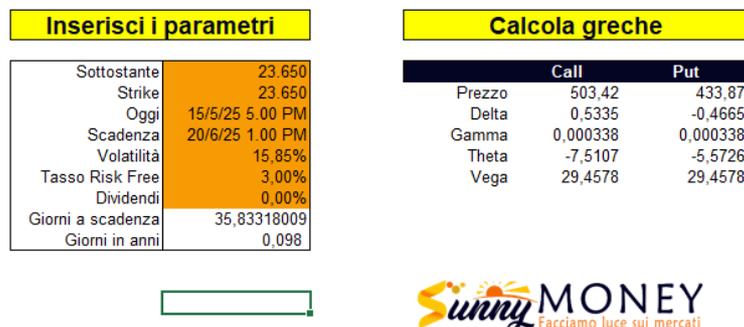


Figura 1

Osserviamo la *figura 1*. Il premio è pari a 503 punti. Ed il Theta ammonta a -7,51 punti. Questo, come dovremmo aver già appreso, ci dice che il giorno successivo questa opzione dovrà valere 7,51 punti in meno. Ovviamente, con tutte le altre variabili immutate. Ora, trattandosi di un'opzione ATM, sappiamo che il suo valore intrinseco è nullo e, pertanto, tutto il premio è da considerarsi valore temporale. Ma cosa accade se aumentiamo la volatilità implicita (ad esempio, di tre punti percentuali)? Sicuramente, ed anche questo dovremmo ormai saperlo, con tutte le altre variabili immutate il premio dell'opzione dovrebbe aumentare. Vediamo.

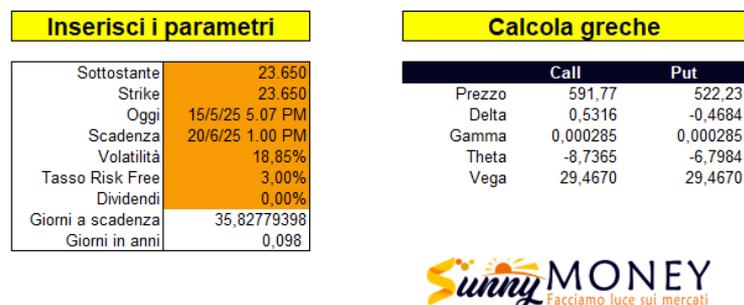


Figura 2

Ed infatti si porta a 592 punti circa. E cosa succede al Theta? Ragioniamo. Se il mercato, da ora alla scadenza, dovesse immobilizzarsi, sappiamo che la nostra opzione dovrà perdere tutto il suo valore fino ad annullare del tutto il premio. Ora, però, dal momento che non abbiamo toccato le altre variabili, il numero di giorni mancanti al terzo venerdì di giugno 2025, sono sempre quelli (si tratta di 35 giorni e qualche ora). Ma se il premio è aumentato, vorrà dire che il tasso di decadimento temporale giornaliero (cioè Theta) dovrà necessariamente essere aumentato. In sostanza, ogni giorno, dopo l'aumento della volatilità implicita, la nostra opzione dovrà perdere una maggior quantità di punti, per arrivare a zero il giorno della scadenza. Ed infatti, come mostra la figura 2, ora Theta vale -8,74.

Ed ora vediamo cosa accade ad altre due opzioni una OTM, con delta pari al 30%, circa, ed una ITM, con delta pari al 70%, circa. Questa volta, però, facciamoci aiutare da Excel, costruendo un foglio ad hoc (vedi figura 3).

VI = 15,85%	<b>Tipo</b>	<b>Strike</b>	<b>Delta</b>	<b>Premio</b>	<b>Theta</b>	<b>Moneyness</b>	
	Call	24.350	30,70%	225	-6,3	OTM	
	Call	23.650	53,40%	503	-7,5	ATM	
	Call	23.150	69,70%	801	-7,0	ITM	
VI = 18,85%	<b>Tipo</b>	<b>Strike</b>	<b>Delta</b>	<b>Premio</b>	<b>Theta</b>	<b>Moneyness</b>	<b>Var. Theta (%)</b>
	Call	24.350	33,90%	305	-7,8	OTM	23,81%
	Call	23.650	53,16%	592	-8,7	ATM	16,00%
	Call	23.150	67,10%	880	-8,3	ITM	18,57%

Figura 3

Osserviamo. Immaginiamo, per tutte e tre le opzioni, una volatilità implicita iniziale, al 15,85%; volatilità che, successivamente, sale di tre punti percentuali. Il Theta dell'opzione OTM, inizialmente pari a -6,3, a seguito dell'aumento di volatilità implicita, si porta a -7,8 con un incremento percentuale, in valore assoluto, del 23,81%. L'opzione ITM, invece, successivamente all'incremento di volatilità implicita, porta il valore del Theta da -7,0 a -8,3. Anche in questo caso, sempre in valore assoluto, si nota un aumento di questa greca ma, in termini percentuali, è ben inferiore all'aumento osservato sulla OTM. Sull'opzione ATM, che abbiamo analizzato in precedenza e che, per comodità, ho riportato in tabella di figura 3, l'incremento percentuale è il più basso delle tre.

Cosa significano queste osservazioni in termini operativi? Che un trader in opzioni che si orienta su strategie aventi lo scopo di procurare al portafoglio un guadagno derivante dal trascorrere del tempo dovrà scegliere periodi in cui la volatilità implicita è maggiore rispetto alla sua media storica.

E, inoltre, le opzioni vendute dovranno essere, preferibilmente, OTM!

Ed ora, con il sottostante sempre a 23.650, il tasso privo di rischio al 3% ed una scadenza di trenta giorni, andiamo ad osservare come varia il Theta di queste tre Call facendo variare la volatilità implicita dal 5% al 59% (ho impostato incrementi di tre punti percentuali per ogni step). Le curve sono visibili nel grafico di figura 4: la curva bleu si riferisce alla Call 24.350, quella OTM; la curva rossa, invece, è relativa alla Call 23.650, ovvero quella ATM; infine, la curva verde è relativa all'opzione ITM, la Call con strike 23.150.

Si nota subito che per bassi valori di volatilità implicita le tre curve riescono a distinguersi. Ciò significa che i relativi valori della greca del tempo sono molto diversi tra loro. Ad esempio, per una volatilità implicita del 5% (colonna B evidenziata con un ovale rosso), il Theta dell'opzione ATM è circa sette volte maggiore di quello inerente all'opzione OTM. Mentre il rapporto tra i Theta della ITM e della OTM è circa pari a 5.

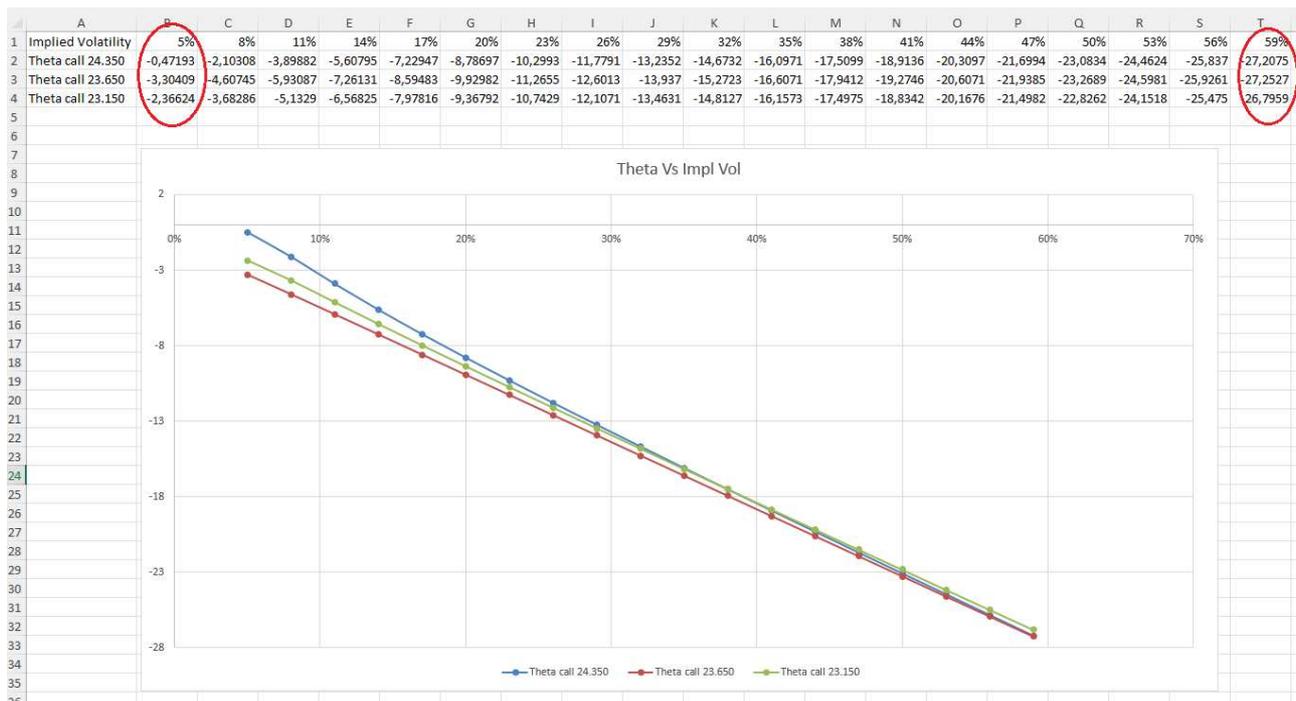


Figura 4

Quando la volatilità implicita sale, questi rapporti tendono ad 1 e le differenze di valore, tra i vari Theta, tendono a rarefarsi sempre più. Si osservi, ad esempio, che cosa accade quando la volatilità implicita è del 59% (colonna T, anche qui evidenziata con un ovale rosso). I valori di Theta espressi dalle tre opzioni sono molto simili. O, che è la stessa cosa, le differenze di valore del Theta sono praticamente nulle. Cerchiamo di comprendere le ragioni di un tale comportamento.

Quando la volatilità implicita è bassa il premio dell'ATM, che è tutto valore temporale, è molto più alto del premio dell'OTM, anch'esso tutto valore temporale, e della parte temporale del premio della ITM. Ciò accade perché

- le opzioni ATM sono quelle con la massima probabilità di finire sia ITM che OTM. Ed è proprio il valore del premio ad essere legato a tale probabilità. Premio che, pertanto, dovrà essere considerevole.
- Per le opzioni OTM, invece, la probabilità di finire ITM è percepita molto più bassa ed il premio, che riflette tale probabilità, sarà basso anch'esso.
- Analogo discorso, ma rovesciato, per le opzioni ITM: per esse si avrà una bassa probabilità di finire OTM ed una alta probabilità di terminare ITM. La frazione del premio inerente al valore temporale di queste opzioni sarà anch'essa relativamente bassa. A bassa volatilità, il modello Black-Scholes attribuisce un valore molto più stabile al valore intrinseco ed un decadimento temporale minimo alla componente di premio residuo.

All'aumentare della volatilità implicita le differenze tra le greche Theta, delle diverse opzioni, si riducono.

- Tutte le opzioni diventano più "ricche" di premio temporale: quando la volatilità implicita sale, aumenta la percezione di futuri grandi movimenti del sottostante. Questo significa che anche le opzioni ITM e OTM acquisiscono un premio temporale significativo.
- Le opzioni ITM e OTM diventano più sensibili al tempo: se la volatilità è molto alta, anche un'opzione OTM ha una probabilità non trascurabile di finire ITM. Allo stesso modo, un'opzione ITM ha una maggiore probabilità di "perdere" il suo valore intrinseco o di vedere il suo valore temporale influenzato da movimenti ampi.

- Di conseguenza, tutte le opzioni, indipendentemente dallo strike, tendono ad incorporare una quantità elevata di premio temporale che deve erodersi. Questo fa sì che le differenze assolute nel Theta tra ATM, ITM e OTM si riducano, e le curve sul grafico si avvicinino (effetto di "livellamento"). Il Theta delle opzioni ITM e OTM "aumenta" (diventa più negativo in valore assoluto) in modo più marcato rispetto all'incremento del Theta per le opzioni ATM.

Se modifichiamo solo la durata residua dei contratti di opzione, portandola a tre mesi, lasciando inalterate tutte le altre variabili, e facciamo variare la volatilità implicita come nel caso precedente, si ottengono le tre curve, per il Theta, mostrate in *figura 5*. Il fenomeno descritto prima è ancora presente ma, come si può osservare – sia dal grafico che dai valori – risulta meno marcato.

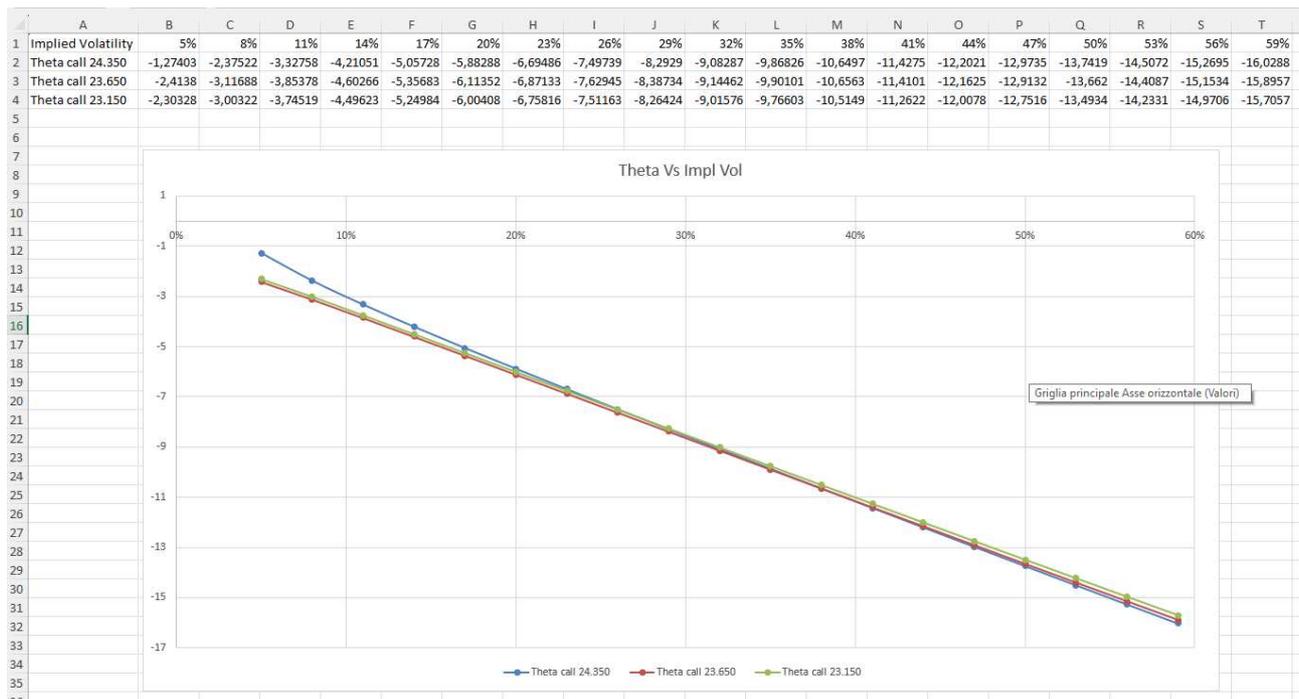


Figura 5

Se, ad esempio, confrontiamo le colonne B dei due grafici (*figura 4* e *figura 5*), osserviamo che in questo secondo caso il Theta è inferiore (per tutta la terna delle opzioni).

Il Theta, infatti, misura il decadimento del valore dell'opzione per ogni giorno che trascorre. Il valore temporale di un'opzione si erode, ma non in modo lineare. Si erode più lentamente quando l'opzione è lontana dalla scadenza e poi accelera rapidamente man mano che ci si avvicina<sup>1</sup>.

Un'opzione a 3 mesi ha molto più "tempo" da perdere rispetto ad un'opzione ad 1 mese. Ma quando si distribuisce questo valore temporale su un periodo più lungo si osserva che la perdita giornaliera (Theta, appunto) è inferiore.

Infine, in *figura 6*, abbiamo modificato solo la durata residua dei contratti di opzione, portandola a sei mesi, lasciando inalterate tutte le altre variabili. Ancora una volta, si fa variare la volatilità implicita, come nei due casi precedenti, e si perviene alle solite tre curve, per il Theta.

Invito il lettore ad esprimere le sue considerazioni suggerendo, come già visto prima, di confrontare i valori del Theta riportati nelle colonne B e T.

<sup>1</sup> Questo fenomeno è anche noto come "accelerazione del decadimento temporale" o "gamma di Theta"

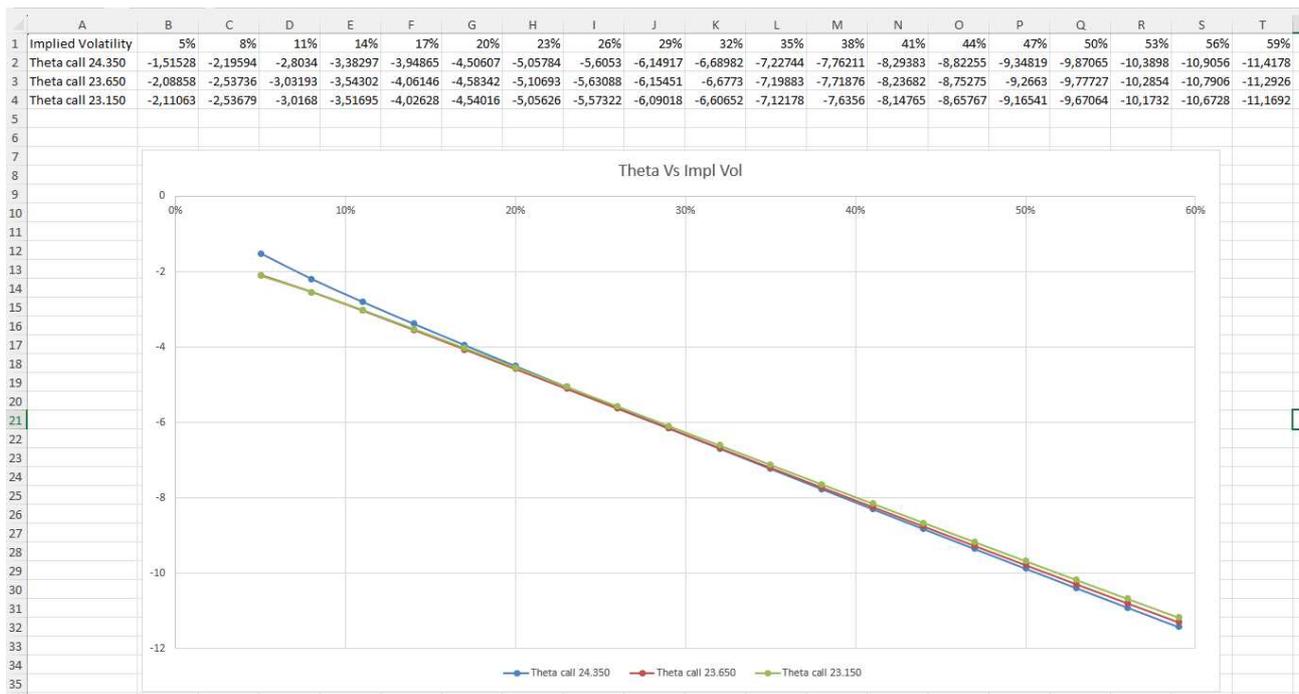


Figura 6

### In sintesi ...

Le nostre osservazioni sono perfettamente coerenti con le proprietà di questa greca nel modello B&S:

- Theta diminuisce (in valore assoluto) all'aumentare del tempo alla scadenza.
- La sensibilità del Theta alla moneyness (ITM/ATM/OTM) è meno marcata per scadenze più lunghe, e diventa più pronunciata man mano che ci si avvicina alla scadenza (specialmente per le opzioni ATM).

### Theta e tasso di interesse privo di rischio

Ed ora cerchiamo di comprendere bene qual è la relazione che la greca del tempo intrattiene con il Risk Free Rate.

Consideriamo una Call ed una Put, entrambe ATM, quando il proprio sottostante vale 23.650. Immaginiamo una volatilità implicita del 15% ed una scadenza di tre mesi.

Calcoliamo, in tali condizioni, il premio che devono avere tali opzioni in presenza di un tasso privo di rischio pari a 0%. Il risultato è visibile in *figura 7*. In particolare, il lettore si concentri sulle prime tre righe. Si osserverà che il premio, di queste due opzioni è il medesimo e pari a 707 punti.

r= 0%				
Theta call	Premio call	Strike	Premio put	Theta put
-3,8747	707	23650	707	-3,87467
r= 1%				
Theta call	Premio call	Strike	Premio put	Theta put
-4,1898	736	23650	677	-3,54344
r= 2%				
Theta call	Premio call	Strike	Premio put	Theta put
-4,5161	766	23650	648	-3,2267

Figura 7

Se ora facciamo variare il tasso privo di rischio portandolo all'1%, con immutate le altre variabili, possiamo osservare, sempre nella stessa figura, che i premi non sono più eguali. In particolare, quello della Call sale portandosi a 736 punti; mentre, quello della Put, scende pervenendo a 677 punti.

Se poi aumentiamo il tasso di un altro punto percentuale (successive tre righe della medesima figura), potremo osservare che il premio della Call sale ancora (766 punti) e quello della Put scende ulteriormente (648).

Questo "strano" fenomeno è già stato discusso nell'articolo "Il Rho", contenuto nella sezione "MasterClass di Ingegneria Finanziaria"<sup>2</sup>.

Qui, però, ci interessa capire come si comporta il Theta. E, a questo punto, il lettore dovrebbe aver già intuito: se cresce il premio di un'opzione per la sola variazione del tasso, allora il Theta dovrà aumentare. Ciò in quanto tale opzione (ATM nel nostro esempio), nello stesso periodo di tempo (periodo qui ipotizzato a tre mesi), dovrà perdere tutto il suo premio. E, pertanto, dovrà farlo ad un tasso di perdita giornaliero evidentemente più elevato. Per la Put, invece, il discorso si rovescia: diminuendo il premio, all'aumentare del tasso, diminuirà anche il valore del Theta.

In sintesi (un grafico, come sappiamo, racconta più di mille parole), in *figura 8*, abbiamo riportato l'andamento del Theta di queste due opzioni ATM quando il Risk Free Rate varia da 0% a 9,5% con incrementi di mezzo punto percentuale: col tratto rosso, quello della Call e con il bleu quello della Put. Il Theta della Call parte da -3,87 e giunge a -7,31. Il Theta della Put parte dallo stesso valore ma giunge a -1,30.

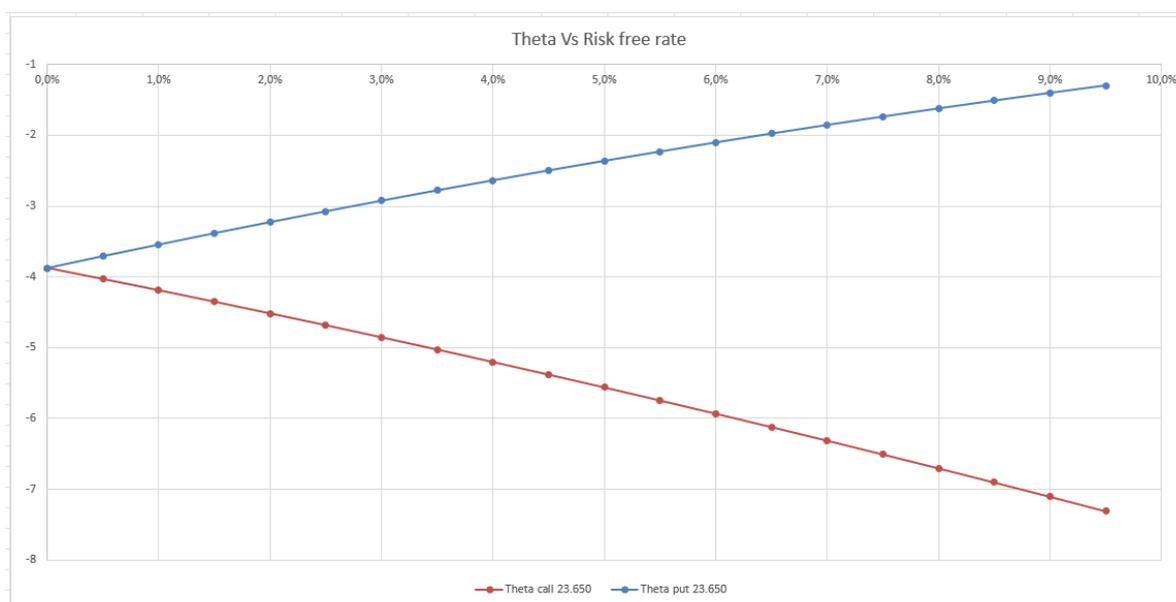


Figura 8

Ed ora, più velocemente, facciamo lo stesso lavoro per due opzioni OTM (diciamo, equidistanti 700 punti dall'ATM), con il sottostante sempre a 23.650. Modifichiamo leggermente la volatilità implicita (stiamo

<sup>2</sup> Articolo poi pubblicato nella newsletter dell'IFTA, IftaUpdate, del marzo 2024.

considerando lo smile, come accade nella realtà)<sup>3</sup>: 14,8% per la Call e 15,25% per la Put. La scadenza sempre a tre mesi.

Calcoliamo, in tali condizioni, il premio che devono avere tali opzioni in presenza di un tasso privo di rischio pari a 0%. Il risultato è visibile in *figura 9*: il premio, di queste due opzioni è il medesimo e pari a 413 punti.

Facciamo ora variare il tasso privo di rischio portandolo all'1%, con immutate le altre variabili, possiamo osservare che il premio della Call sale portandosi a 433 punti; mentre, quello della Put, scende a 393 punti. Con l'aumento del tasso di un altro punto percentuale il premio della Call sale a 455 punti e quello della Put scende ulteriormente a 373.

r= 0%					
<i>Theta call</i>	<i>Premio call</i>	<i>Strike call</i>	<i>Strike put</i>	<i>Premio put</i>	<i>Theta put</i>
-3,59	413	24350	22950	413	-3,59
r= 1%					
<i>Theta call</i>	<i>Premio call</i>	<i>Strike call</i>	<i>Strike put</i>	<i>Premio put</i>	<i>Theta put</i>
-3,86	433	24350	22950	393	-3,32
r= 2%					
<i>Theta call</i>	<i>Premio call</i>	<i>Strike call</i>	<i>Strike put</i>	<i>Premio put</i>	<i>Theta put</i>
-4,14	455	24350	22950	373	-3,06

Figura 9

Ancora una volta, voglio sperare, il lettore non dovrebbe avere difficoltà ad interpretare l'andamento del Theta: in valore assoluto sale, per la Call, salendo il premio; e scende, per la Put, scendendo il premio. In *figura 11*, l'andamento del Theta di queste due opzioni quando il Risk Free Rate varia da 0% a 9,5%.

Infine, vediamo il caso di due opzioni ITM (equidistanti 500 punti dall'ATM). Tutte le altre variabili rimangono le medesime, tranne le volatilità implicite: 15,2% per la Call e 14,87% per la Put. Sempre per tener conto dell'effetto smile che caratterizza i prezzi reali di una chain di opzioni con sottostante un indice azionario. Il risultato è in *figura 10* ed invito il lettore a commentarlo autonomamente. In *figura 12*, il corrispondente andamento del Theta di queste due opzioni al variare del Risk Free Rate.

r= 0%					
<i>Theta call</i>	<i>Premio call</i>	<i>Strike call</i>	<i>Strike put</i>	<i>Premio put</i>	<i>Theta put</i>
-3,73	987	23150	24150	987	-3,73
r= 1%					
<i>Theta call</i>	<i>Premio call</i>	<i>Strike call</i>	<i>Strike put</i>	<i>Premio put</i>	<i>Theta put</i>
-4,08	1.022	23150	24150	949	-3,36
r= 2%					
<i>Theta call</i>	<i>Premio call</i>	<i>Strike call</i>	<i>Strike put</i>	<i>Premio put</i>	<i>Theta put</i>
-4,43	1.057	23150	24150	913	-3,00

Figura 10

<sup>3</sup> In condizioni di normalità del mercato, a parità di delta, il market maker tende a prezzare la put con una volatilità implicita più elevata rispetto alla call.

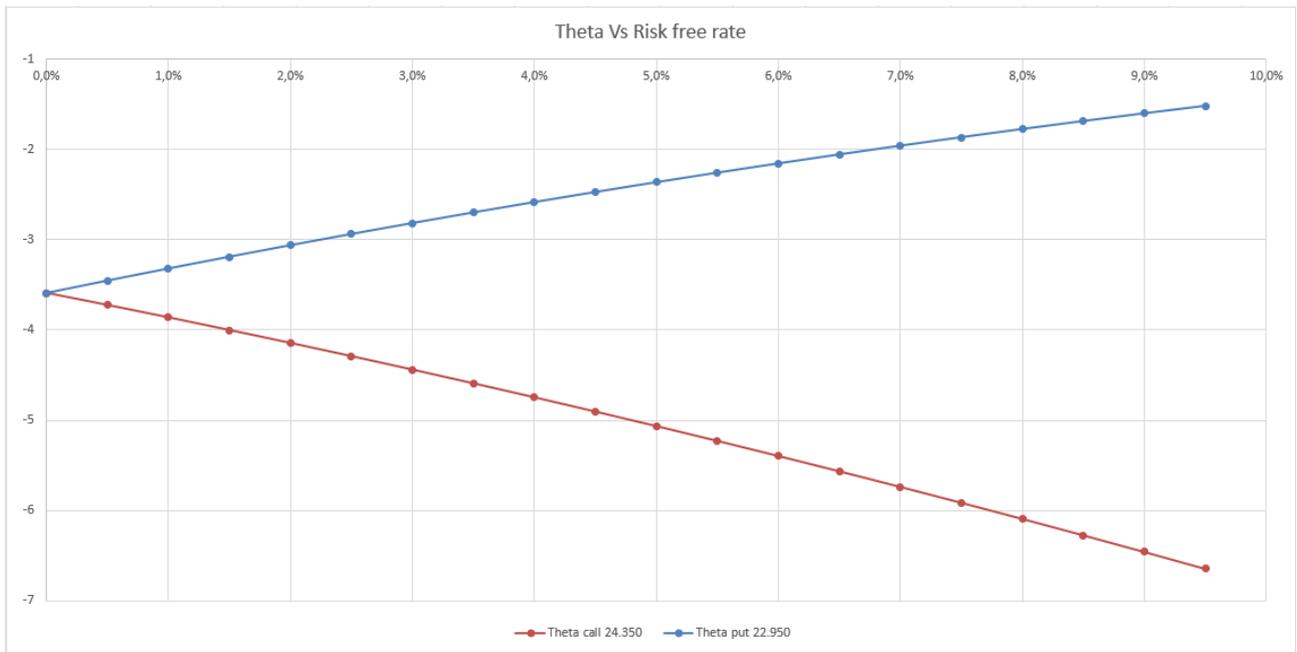


Figura 11

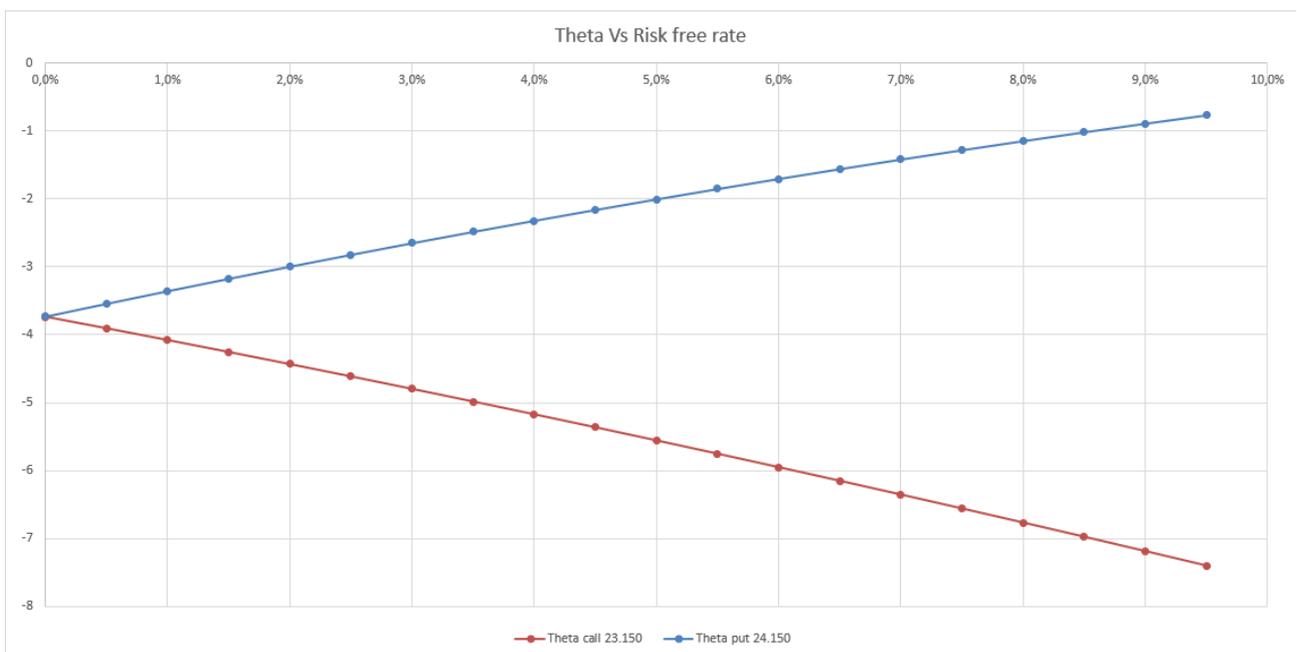


Figura 12

### Theta di portafoglio

Il Theta di portafoglio si calcola in base al Theta delle singole opzioni contenute nel portafoglio medesimo. Nel caso che le opzioni siano n, la formula generale è la seguente:

$$\Theta = \sum_{i=1}^n w_i \theta_i$$

Dove  $w_i$  rappresenta la quantità di opzioni di quel determinato strike (e tipo), denominato peso, e  $\theta_i$  è il valore del Theta di quella opzione. Facciamo subito un esempio. Consideriamo una strategia ladder del tipo:

$$\begin{aligned} + 1 \text{ Call } 24.000/09-2025 @ 1.178 & \quad \theta_1 = -5,05 \quad w_1 = 1 \\ - 1 \text{ Call } 24.100/09-2025 @ 1.111 & \quad \theta_2 = -5,02 \quad w_2 = -1 \\ - 1 \text{ Call } 24.300/09-2025 @ 985 & \quad \theta_3 = -4,94 \quad w_3 = -1 \end{aligned}$$

(dove i prezzi sono di mercato e si riferiscono alle quotazioni espresse dal market maker il 4 giugno alle ore 11:40 circa, con il sottostante a 24.323).

Calcoliamo il Theta di portafoglio applicando la formula appena indicata.

$$\Theta = \sum_{i=1}^n w_i \theta_i = \sum_{i=1}^3 w_i \theta_i = w_1 \theta_1 + w_2 \theta_2 + w_3 \theta_3 = -5,05 \cdot (1) + (-5,02) \cdot (-1) - 4,94 \cdot (-1) = 4,91$$

Attenzione: nel calcolo del Theta di portafoglio il segno algebrico del Theta va invertito se quell'opzione è venduta. Di ciò, se ne tiene conto assegnando al peso ( $w$ ) oltre alla quantità di opzioni di quello strike e tipo, anche un segno algebrico: positivo, se si tratta di opzioni comprate e negativo se di opzioni vendute.

Quindi, in definitiva, la nostra struttura di portafoglio, con tutte le altre variabili immutate, guadagnerà 4,91 punti per ogni giorno che trascorre.

## Conclusioni

Theta, la greca del tempo, come ci piace appellarla, è una delle greche fondamentali per comprendere l'esposizione di un portafoglio al solo trascorrere del tempo. Si tratta di una greca il cui valore, come abbiamo cercato di mostrare, è condizionato da molte variabili, inclusa la volatilità implicita ed il tasso di interesse privo di rischio.

Abbiamo anche illustrato la modalità di calcolo del Theta di portafoglio. Variabile che, nella gestione del proprio portafoglio, occorre sempre ben monitorare.

E con questo articolo aggiungiamo un altro tassello. Un tassello che riteniamo utile alla formazione di un trader in opzioni.

Buon lavoro!